Habilidad Matemáticas

El alumno desarrollara las capacidades para el aprendizaje de las matemáticas, tales como la observación, la comparación, la abstracción, la inducción, la deducción, la imaginación, la comunicación y el manejo de nuevas tecnológicas. Además, comprender conceptos, realizar generalizaciones y abstracciones, para la resolución de problemas.

Competencias generales

- Ser capaz de realizar procedimientos de abstracción, deducción e inducción.
- Realizar una comunicación oral y escrita usando correctamente el lenguaje de las matemáticas.
- Ser capaz de modelar una situación real, descrita con palabras, mediante las técnicas propias de las matemáticas.
- Interpretar la solución matemática de un problema, su fiabilidad y sus limitaciones.

Competencias específicas

- Capacidad de análisis y síntesis.
- Capacidad de organización y planificación.
- Resolución de problemas.
- Toma de decisiones.
- Razonamiento crítico.
- Aprendizaje autónomo.
- Adaptación a nuevas situaciones.
- Creatividad.

Metodología

La metodología en esta asignatura para el aprendizaje y evaluación de sus contenidos, se encuentra adaptada al modelo de resolución de problemas.

Índice de contenido

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

1. Pensamiento Matemático

1.1. Razonamiento aritmético

Un comerciante vende polos, 200 polos a 8 por $2 y 300 polos a 5 por $3. ¿Cuál es la diferencia de la que recibió de la primera venta con la segunda?

a) 180
b) 150
c) 130
d) 100
e) 230

Solución

200/8=25X$2=$50

La diferencia es

$180-$50=$130.00

300/5=60X$3=$180

200		300	
8	$2	5	$3

Ejercicio 1. Un grupo de 8 estudiantes debe pagar $ 20.000 para ir a un paseo, pero algunos de ellos no pueden pagarlo y los otros estudiantes deciden ayudarle a pagar la cuota, para eso, cada uno tendrá que pagar $1.500 adicionales. ¿Cuántos estudiantes no podrán pagar?

Ejercicio 2. Jorge tiene una tienda de jarrones, tenía 56 nuevos diseños, de los cuales vendió 13, y expuso en la vitrina 6. ¿Cuántos jarrones tiene aún guardados en la tienda?

Ejercicio 3. Hay un tren con tres vagones, cada vagón tiene 10 asientos, el primero va lleno, en el segundo y el tercero hay 20 asientos libres. ¿Cuántos pasajeros viajan en el tren?

Ejercicio 4. El abuelo de Alicia tiene 67 años tiene justamente 7 menos que su abuela Angustias. ¿Cuántos años tiene su abuela?
a) 88
b) 74
c) 60
d) 85

1.1.1 Jerarquía de operaciones

La jerarquía de las operaciones, en matemáticas, son las reglas que establecen la secuencia o el orden en el que deben ser resueltas las operaciones combinadas en una expresión matemática.

Conocer acerca de la jerarquía de las operaciones te permite realizar operaciones combinadas de suma, resta, multiplicación y división (e incluso de potencias y raíces) con la certeza de empezar por donde debes hacerlo. Esto te ayudará a obtener el resultado correcto y a resolver problemas de matemática con mayor facilidad.

PEMDAS son las siglas en inglés de paréntesis, exponentes, multiplicación/división, adición/sustracción. Es una palabra que ayuda a darle orden a las operaciones.

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

Parentesis

Potencia y raices

Multiplicacion y division

Sumas y restas

Ejemplo.

$$\frac{(13+5)}{3(3)}+4(5)-2=\frac{18}{9}+20-2$$
$$=2+20-2=20$$

$\underline{0.009X0.020.}$
000
018
$\underline{000}$
.000180

Ejercicio1. Resuelva las siguientes operaciones utilizando la jerarquía de las operaciones

a) $-5\times[\frac{(-3\times2)}{-3}+1]+2-[-(7-2)+1]=$
b) $\{-2\times[1-(6-3)\times(4+1)]\}=$
c) $1-2\times3^2+2^3+4-\sqrt{16}=$
d) $4+5\times23-3^2+\frac{20}{2}-\sqrt{49}=$
e) $\frac{(8-3\times2)}{2}+\frac{36}{(4+\frac{\sqrt{16}}{8})}+2\times3=$
f) $5\times(5\times2)-3-\frac{(2+6\times2)}{7}=$

1.1.2. Operación con números decimales (suma, resta, multiplicaciones y divisiones)

Conocer y utilizar las equivalencias entre los distintos órdenes de unidades de un número decimal: décimas, centésimas y milésimas. Así como conocer la suma, resta, multiplicación y división con fracciones.

La suma, resta, multiplicación y división de decimales se puede resolver de la siguiente manera.

Resolver 45,285.25 + 36,925.85 y 45,285.25 - 36,925.85

45,285.25	45,285.25
+ 36,925.85	- 36,925.85
82,211.10	8,325.40

Resolver 0.009 X 0.020

Resolver 8÷0.9

$0.9\overline{)8}$ $\quad 9\overline{)80}$

$$\begin{array}{r} 8.88 \\ 9\overline{)8000} \\ 80 \end{array}$$

Ejercicios: Resuelva según se indica

Suma:

a) $35{,}243.17+4{,}325.16+8{,}735.12=$
b) $25{,}253.15+6{,}513.02+325.03=$
c) $8{,}543.25+6{,}253.17=$
d) $13{,}543.10+325.07+8{,}573.18=$

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

Resta:

a) $532.17 - 49.52 =$
b) $125.07 - 14.95 =$
c) $754.53 - 235.18 =$
d) $452.18 - 147.52 =$

Multiplicación:

a) $25.54 \times 10.50 =$
b) $147.17 \times 25.43 =$
c) $325.25 \times 18.55 =$
d) $43.18 \times 95.13 =$

División:

a) $725.17 \div 17 =$
b) $425.2 \div 15 =$
c) $245 \div 13.50 =$
d) $6575 \div 7.54 =$

1.1.3. Fracciones

La forma de resolver las operaciones con fracciones son las siguientes

Suma:

a) $\frac{7}{5} + \frac{4}{7} + \frac{1}{9} =$
b) $4\frac{1}{2} + 5\frac{3}{9} + 10\frac{4}{7} =$
c) $\frac{1}{4} + \frac{7}{9} =$
d) $\frac{1}{6} + \frac{2}{7} + \frac{4}{5} =$

Suma y resta

Cuando tiene el mismo denominador

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$
$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

Cuando tiene diferente denominador

Común denominador o bien

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$$
$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{adf+cbf+ebd}{bdf}$$

Suma

a) $1\frac{1}{7} - \frac{8}{3} - \frac{1}{2} =$
b) $\frac{7}{4} - \frac{5}{3} =$
c) $\frac{9}{5} - \frac{8}{7} - \frac{1}{2} =$
d) $\frac{1}{4} - 5\frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{4}{7} =$

Multiplicación:

a) $\left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{7}{9}\right)\left(\frac{1}{6}\right) =$

b) $\left(\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{1}{7}\right)\left(\frac{9}{7}\right) =$

c) $\left(\frac{9}{7}\right)\left(\frac{4}{7}\right) =$

d) $\left(\frac{13}{5}\right)\left(-\frac{8}{9}\right)\left(-\frac{1}{9}\right) =$

Multiplicación

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

División

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a * d}{b * c}$$

ITSZN
Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

División:

a) $\frac{6}{7} \div \frac{8}{7} =$

b) $4\frac{1}{3} \div 9\frac{1}{7} =$

c) $\frac{4}{7} \div \frac{9}{3} =$

d) $\frac{9}{3} \div \frac{4}{5} =$

Ejercicios: Resolver las siguientes operaciones utilizando fracciones

a) $[\frac{1}{4} - \frac{1}{5}]\,[\frac{9}{7} \div \frac{1}{4}] + \frac{6}{7} =$

b) $1\frac{1}{5} + [(\frac{9}{7})\,(\frac{8}{3})] - \frac{9}{4}[\frac{1}{4} \div \frac{3}{7}] =$

1.1.4. Relaciones de proporcionalidad

Las relaciones proporcionales son relaciones entre dos variables donde sus razones son equivalentes. Otra forma de pensar en ellas es que, en una relación proporcional, una variable siempre es un valor constante por la otra. Esa constante se conoce como "constante de proporcionalidad".

Ejemplo

¿Cuánto vale x, si $\frac{12}{x} = \frac{4}{5}$ Solución

$$\frac{12}{x} = \frac{4}{5}$$

$$12(5) = x(4)$$

$$\frac{12(5)}{4} = x$$

$$\frac{60}{4} = x$$

$$x = 15$$

Ejercicios: Resuelva los siguientes problemas por medio de relaciones de proporcionalidad

a) Sonia ha cobrado por repartir propaganda durante 126 pesos, ¿Cuánto debe trabajar para cobrar 340.2 pesos?

b) Un padre reporta un premio de lotería de 9300 en proporción inversa a las edades de sus hijos 6, 8, 12 y 18 años. Hallar lo que le corresponde a cada hijo.

c) 6 personas pueden vivir en un hotel durante 12 días por 792.00, ¿Cuánto costara el hotel de 15 personas durante 8 días?

d) En 50 litros de agua de mar hay 1300 gramos de sal común NaCl, ¿Cuántos litros de agua de mar contendrán 5200 gramos de sal?

e) Hemos comprado 3 kilogramos de manzana y nos han cobrado

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

3.45 pesos, ¿Cuánto costaran un kilogramo, 2 kg y 5 kg?

f) seis enlosan 1200 metros cuadrados de suelo en 4 días, ¿Cuántos metros cuadrados enlosaran 12 obreros en 5 días?

1.1.6. Problemas con razones

Son problemas verbales en los que razonamos sobre la razón de cambio de una cantidad al usar información que tenemos de la razón de cambio de otra cantidad que está relacionada con la primera.

Ejercicios: Resuelva los siguientes problemas.

a) El miércoles Joel que hace tiros con el pie derecho, hizo exactamente 20% de sus tiros con el pie izquierdo, Joel hizo 14 tiros con su pie izquierdo, ¿Cuántos tiros a gol hizo Joel el miércoles?

b) Una alfombra mágica se hace con 3 clases de hilos. La razón con proporción de cada uno en la alfombra es de:
-10 partes de hilo de oro
-7 partes de hilo de bronce
-3 partes de hilo de plata
La alfombra se hace con 150 metros de hilo en total, ¿Cuánto hilo de plata hay en la alfombra mágica?

1.2 Razonamiento algebraico

El razonamiento algebraico es una forma de pensar que permite a los estudiantes ver patrones y relaciones en ecuaciones y hacer generalizaciones sobre esas relaciones. Además, de usar variables y expresiones algebraicas para representar relaciones, facilitando la resolución de problemas.

1.2.1. Expresiones algebraicas

Las expresiones algebraicas se clasifican en monomios y polinomios.

Un monomio es una expresión algebraica que consta de un solo término, por ejemplo $3a, -5b, \frac{x^2y}{4}$

Se denomina polinomio a la suma de varios monomios. Un polinomio es una expresión algebraica que consta de más de un término, por ejemplo $a+b$, $x-y$, $\frac{a^2}{3}+\frac{5m^2a}{6b^2}+2a$

Ejercicios.

A Mencione cuál es monomio y cual polinomio.

1) $4x^5y^4$ _
2) $6x+5$ _
3) $8xy^5+8y^4$ _
4) $\frac{4}{5}x^4-3x^5$ _
5) $0.2jx^2+4$ _
6) $5z+x^2$ _
7) $2xy^2$ _
8) $6uv^2$ _

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndireccciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

B Realice las operaciones de términos semejantes según se indican

1. $-5y^2 + 4y^2 + 5y^2 =$
2. $2a + 5a + 8a =$
3. $6b - 5b - 6b + 10b =$
4. $10a + 5b - 3b + 10b + 4a - 6a =$
5. $3x + 4y - 5y - 4x + 3y - 5x =$

1.2.2. Ley de los exponentes

Esta lección te permitirá entender cada una de las leyes de los exponentes.

$x^m x^n = x^{m+n}$
$(x^m)^n = x^{mn}$
$x^m / x^n = x^{m-n}$
$x^\circ = 1$

Ejercicios: Resuelva aplicando la ley de los exponentes

a) $\frac{1}{x^{-2}} =$

b) $(8x^5)(6x^7) =$

c) $(\sqrt[7]{x^5})(x^8) =$

d) $\frac{b^5}{b^7} =$

e) $(ab^5)(ab^7) =$

f) $(5a^7b)(a^2)^5 =$

g) $(x^5 + 4abx)x^7 =$

h) $\frac{4x^5}{2x^7} =$

i) $\frac{9x^4}{6x^2} =$

j) $(3x^5)^4 =$

k) $-6x^5 + (4x^7b)(x^2) + 2x^5 - (8b^2)^2 + 4ab =$

1.2.3. Productos notables.

Se le llama identidad notable o producto notable a un cierto producto que cumple reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir, sin verificar la multiplicación.

- Binomio al cuadrado.
- Suma por diferencia.
- Binomio al cubo.
- Trinomio al cuadrado.
- Suma de cubos.
- Diferencia de cubos.
- Producto de dos binomios que tienen un término común.

Binomio al cuadrado

Es igual al cuadrado del primer término, más el doble producto del primero por el segundo más el cuadrado segundo.

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$

Binomio al cubo.

Es igual al cubo del primero, más el triple del cuadrado del primero por el segundo, más el triple del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Ejercicios. Resolver

a) $(2x+4)^3 =$

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndireccióngeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

b) $(6x-5)^3 =$
c) $(2-x)^3 =$
d) $(4-x)^3 =$
e) $(2x-3)^3 =$

Binomios conjugados. Suma por diferencia.

La suma de dos cantidades multiplicadas por su diferencia es igual al cuadrado de la primera cantidad menos el cuadrado de la segunda.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Ejercicios: Resolver

a) $(8x-3)(8x+3) =$
b) $(x-7)(x-7)$=
c) $(2-x)(2+x)$=
d) $(x^2+4)(x^2-4) =$
e) $(3x^5-6)(3x^5+6) =$

Cuadrado de la diferencia de dos cantidades.
Elevar al cuadrado a-b el equivale a multiplicar este binomio por si mismo y tendremos.

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

Ejercicios. Resolver

a) $(x-6)^2$=
b) $(8x-3)^2$=
c) $(3x^2-5)^2 =$
d) $(2-7x)^2$=
e) $(x^5-4x)^2 =$
f) $(a-2b)^2$=

Binomios con término común.

El producto de dos binomios con un término común es igual al cuadrado del término común, más la suma de los términos no comunes por el término común, más el producto de los no comunes". Primero identifica los términos comunes: "x", ya que es el termino común en ambos binomios.

Ejercicios: Resolver

a) $(x+4)(x-5) =$
b) $(3x+8)(9x+3) =$
c) $(2x+5)(6x-4) =$
d) $(x+3)(x-2) =$

1.2.4. Reglas generales para despejar una variable

- Sumando = Restando
- Restando = Sumando
- Multiplicando = Dividiendo
- Dividiendo = Multiplicando
- Numero al cuadro = Raíz cuadrada
- Raíz cuadrada = Numero al cuadro

Ejercicios. Despejar la variable que se indica

a) $F = \frac{qk}{r}$ $r = ?$

b) $\frac{4x-5x}{3} = 8x - 6$

c) $\frac{10x}{5} + \frac{8x}{4} = \frac{6x}{2} + 3$

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndireccciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

d) $\frac{3a+5b}{6} = 8 \quad a = ?$

e) $\frac{y-5y}{4} = -9y + 6$

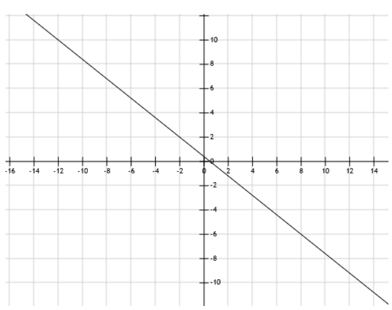
1.2.5. Representación gráfica de una función

Ecuaciones de primer grado, solución gráfica

Ejemplo. Realice la gráfica de la expresión 4x+5y=2 despejando y tenemos

$$y = \frac{2-4x}{5}$$

La gráfica se representa

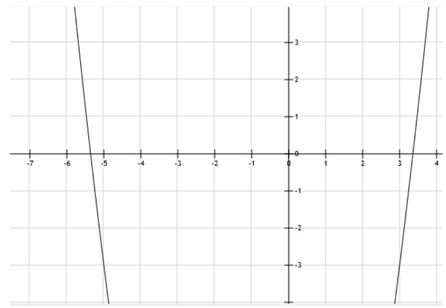


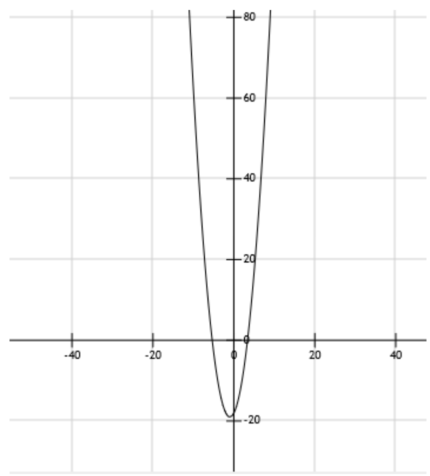
Ejercicios. Graficar las siguientes ecuaciones.

a) $4x + y = 5$
b) $2x + 12y = 4x - 2$
c) $3x + 1 = x - 3y$
d) $5x - 12 = 3y$
e) $5(2x + y) = -9$
f) $y = 4x - 5$

Ejemplo. Realice la gráfica de $x^2 + 2x = 15$ +y despejando la variable y tenemos

a) $x^2 + 2x - 18 =$y





1.2.6. Solución de Ecuaciones de segundo grado

Para determinar los valores de x lo resolveremos por medio de la formula general si a=1, b=2 c=-18

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$= \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-18)}}{2(1)}$$
$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 72}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{76}}{2}$$

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

$x_1 = 3.44 \quad x_2 = -5.44$

Ejercicios. Realice la gráfica y determine los valores de x

b) $x^2 - 3x = 18$ +y
c) $x^2 - 4x - 5 = y$
d) $x^2 - 6x = 27$+y
e) $x^2 + 2x = -35$+y
f) $x^2 - 8x + 15 = y$

1.2.7. Sistema de ecuaciones

Es un conjunto finito de ecuaciones lineales de las variables. Las ecuaciones lineales son herramientas poderosas para la solución de diferentes problemas en la infinidad de las disciplinas de las ciencias.

Ejemplo Sea las ecuaciones

$x + 2y = 3$
$x - y = -3$

$x + 2y = 3$
$despejando\ y$

$2y = 3 - x \qquad y = \frac{3-x}{2}$

$x - y = -3$
$despejando\ y$
$-y = -3 - x \qquad y = x + 3$

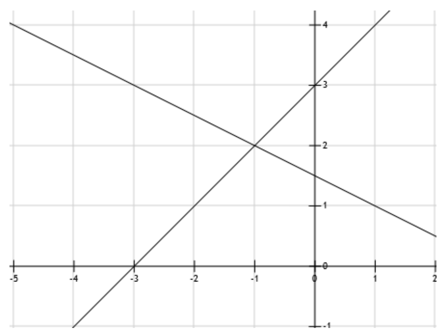
Resolviendo las dos ecuaciones por el método de sustitución tenemos

$Tenemos\ la\ primera\ ecuacion$
$x + 2y = 3$
$y\ de\ la\ segunda\ ecuacion$
$x - y = -3$
$despejamos\ y\ asi\ y = x + 3$

$y\ los\ sustituimos\ en\ la\ primera\ ecuacion$
$y\ despejamos\ x\ , por\ lo\ tanto$
$x + 2(x + 3) = 3$
$x + 2x + 6 = 3$
$3x = 3 - 6$
$x = \frac{-3}{3}$
$= -1\ \ y\ sustituyendo\ en\ la\ primera\ ecuacion\ y\ despejando\ y$
$(-1) + 2y = 3$
$2y = 3 + 1$
$y = \frac{4}{2} = 2 \quad asi \quad x = -1 \quad y \quad y = 2$

Las ecuaciones lineales al graficarse nos resultan líneas rectas, si consideramos dos de ellas, el cruce de estas nos proporciona la solución.

Ejemplo. Graficando tenemos que las gráficas se cruzan en (-1,2)



Ejercicios. Ejercicios. Trazar la gráfica y resuelva el sistema de ecuaciones

a) $3x + 2y = 8$
$10x + 5y = 100$

$b)\ -5x - 2y = 3$
$-8x - 3y = 6$

$c)\ -7x + 8y = 10$
$4x + 3y = 2$

$d)\ 7x - 6y = -7$
$-9x + 2y = -8$

ITSZN
Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

1.3 Razonamiento estadístico y probabilístico

El razonamiento estadístico y probabilístico se refiere a la capacidad de utilizar datos para tomar decisiones informadas. La estadística se utiliza para analizar datos y extraer conclusiones, mientras que la probabilidad se utiliza para evaluar la posibilidad de eventos futuros. Juntos, estos dos campos te permiten comprender mejor el mundo que te rodea y tomar decisiones más informadas.

El razonamiento estadístico y probabilístico es importante porque nos permite entender mejor el mundo que nos rodea y tomar decisiones informadas. Por ejemplo, en la medicina, se utilizan estadísticas para evaluar el riesgo de enfermedades y probabilidades para planificar las intervenciones médicas más efectivas. En el negocio, se utilizan estadísticas para analizar las tendencias del mercado y probabilidades para planificar las estrategias de inversión. Sin el razonamiento estadístico y probabilístico, estas decisiones serían basadas en conjeturas o suposiciones sin fundamentos.

Ejemplo:

La prueba de ingreso diseñada por cierta Universidad se ha constituido por un total de 100 preguntas, para el cual, participaron 80 aspirantes. La tabla de datos es la que se muestra a continuación.

Respuestas correctas	Estudiantes
$[0, 15)$	10
$[15, 30)$	5
$[30, 45)$	15
$[45, 60)$	20
$[60, 75)$	20
$[75, 90)$	10

Agregue: frecuencia absoluta acumulada, frecuencia relativa y frecuencia relativa acumulada.

a.

Respuestas correctas	Estudiantes	F_i	h_i	H_i
$[0, 15)$	10	10	0.125	0.125
$[15, 30)$	5	15	0.0625	0.1875
$[30, 45)$	15	30	0.1875	0.375
$[45, 60)$	20	50	0.25	0.625
$[60, 75)$	20	70	0.25	0.875
$[75, 90)$	10	80	0.125	1

b.

Respuestas correctas	Estudiantes	F_i	h_i	H_i
$[0, 15)$	10	10	0.5	0.125
$[15, 30)$	5	15	0.0625	0.1875
$[30, 45)$	15	30	0.7	0.375
$[45, 60)$	20	50	0.2	0.625
$[60, 75)$	20	70	0.2	0.875
$[75, 90)$	10	80	0.5	1

c.

Respuestas correctas	Estudiantes	F_i	h_i	H_i
$[0, 15)$	10	10	0.5	0. 5
$[15, 30)$	5	15	0.1	0.2
$[30, 45)$	15	30	0.7	0.7
$[45, 60)$	20	50	0.2	0.6
$[60, 75)$	20	70	0.2	0.8
$[75, 90)$	10	80	0.5	1

Solución:

Para agregar cada una de las columnas, iremos calculando la frecuencia correspondiente de cada dato y la integraremos a la tabla. Tengamos en cuenta, que la columna Estudiantes refleja la frecuencia absoluta de la población de estudio.

Frecuencia absoluta acumulada.

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

Se calcula como la suma de las frecuencias absolutas anteriores.

Respuestas correctas	Estudiantes	F_i
$[0, 15)$	10	10
$[15, 30)$	5	15
$[30, 45)$	15	30
$[45, 60)$	20	50
$[60, 75)$	20	70
$[75, 90)$	10	80

Frecuencia relativa.

Se calcula como el cociente entre la frecuencia absoluta del dato entre el número total de eventos, en este caso *N*=80.

$$h_i = \frac{f_i}{N}$$

Respuestas correctas	Estudiantes	F_i	h_i
$[0, 15)$	10	10	0.125
$[15, 30)$	5	15	0.0625
$[30, 45)$	15	30	0.1875
$[45, 60)$	20	50	0.25
$[60, 75)$	20	70	0.25
$[75, 90)$	10	80	0.125

Frecuencia relativa acumulada.

Similar a la frecuencia relativa, pero en lugar de emplear la frecuencia absoluta, se hace con la frecuencia absoluta acumulada del dato.

$$H_i = \frac{F_i}{N}$$

Respuestas correctas	Estudiantes	F_i	h_i	H_i
$[0, 15)$	10	10	0.125	0.125
$[15, 30)$	5	15	0.0625	0.1875
$[30, 45)$	15	30	0.1875	0.375
$[45, 60)$	20	50	0.25	0.625
$[60, 75)$	20	70	0.25	0.875
$[75, 90)$	10	80	0.125	1

Comparando con las opciones del problema, concluimos que la respuesta correcta es la a).

Ejercicio 1. Una empresa ha recolectado las ventas en sus 155 sucursales alrededor del territorio mexicano durante el último trimestre. No es posible tomar una muestra, porque se necesitan datos lo más cercanos a la realidad para planificar estrategias de mercado.

Usted es el encargado de construir la tabla de frecuencias, ¿cuántos intervalos debe tener la tabla?

a. 11
b. 12.44
c. 13

Ejercicio 2. La estatura de un grupo de estudiantes que desean ingresar a la universidad se muestra en la siguiente lista de datos.

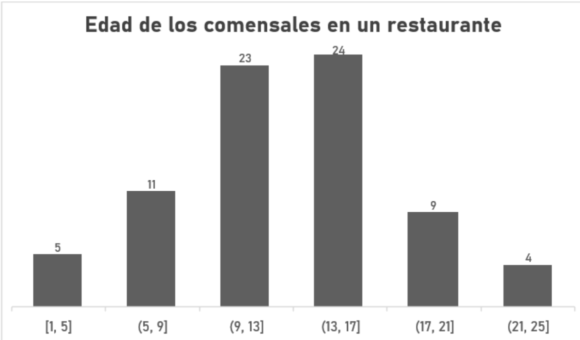
1,65 m; 1,72m; 1,6m; 1,58m; 1,69m; 1,7m1,65 m; 1,72m; 1,6m; 1,58m; 1,69m; 1,7m

¿El conjunto de datos es de tipo continuo o discreto? Justifique su respuesta.

a. Discontinuo
b. Discreto
c. Continuo

Ejercicio 3. A partir de la siguiente distribución de frecuencias, seleccione la aseveración que sea correcta.

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx



a. La mayoría tiene entre 9 y 17 años
b. La mayoría tiene más de 18 años
c. Hay menos niños entre 1 y 5 años que adultos mayores a 21 años

Ejercicio 4.

Una empresa ha recolectado las ventas en sus 155 sucursales alrededor del territorio mexicano durante el último trimestre. No es posible tomar una muestra, porque se necesitan datos lo más cercanos a la realidad para planificar estrategias de mercado.

Usted es el encargado de construir la tabla de frecuencias, ¿cuántos intervalos debe tener la tabla?

a. 11
b. 12.4412.44
c. 13

Ejercicio 5.

Si se lanza un dado y después una moneda, ¿qué probabilidad hay de que caiga 1 en el dado y águila en la moneda?

a. $\frac{1}{6}$
b. $\frac{1}{2}$
c. $\frac{1}{12}$

1.3.1. Frecuencias y graficas

Una tabla de frecuencias muestra de forma ordenada un conjunto de datos estadísticos y a cada uno de ellos le asigna una frecuencia que, en pocas palabras, son las veces que se repite un número o dato.

Tipos de frecuencias

- Frecuencias absolutas: son el número de veces que se repite un número en un conjunto de datos.
- Frecuencias absolutas acumuladas: es la suma de las frecuencias absolutas.
- Frecuencia relativa: corresponde a las veces que se repite un número en un conjunto de datos respecto al total, pero se expresa en porcentajes (%).
- Frecuencia relativa acumulada: es la suma de las frecuencias relativas.

Ejemplo:

Las calificaciones de los 23 estudiantes que tomaron la clase de matemáticas el año pasado son:

9, 10, 8, 10, 9, 8, 8, 9, 7, 9, 10, 8, 8, 7, 10, 8, 7, 7, 9, 9, 6, 9, 7.

ITSZN
Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

Crea la tabla de frecuencias, esta debe tener cada dato, sus frecuencias absolutas, frecuencias acumuladas, frecuencias relativas y frecuencias relativas acumuladas.

Solución:

1 En la primera columna de la tabla colocamos la variable ordenada de menor a mayor.

2 En la segunda anotamos la frecuencia absoluta (cuántas veces aparece cada dato en específico) f_i

3 En la tercera anotamos la frecuencia acumulada (La suma de las frecuencias absolutas de la variable actual y las anteriores) F_i.

4 En la primera fila tenemos que la frecuencia absoluta y la acumulada que son iguales: $F_1 = f_1$

5 Para todas las filas que no sean la primera, tenemos que la frecuencia acumulada es igual a la frecuencia absoluta de esta fila más la frecuencia acumulada de la fila anterior, así $F_i = f_i + F_{i-1}$

6 La última frecuencia acumulada tiene que ser igual a N (sumatoria de fi), esto es, $F_5 = N = 23$.

7 En la cuarta columna disponemos las frecuencias relativas, n_i que son el resultado de dividir cada frecuencia absoluta por el total de datos, $N = 23$

8 En la quinta anotamos la frecuencia relativa acumulada N_i.

9 En la primera fila tenemos que la frecuencia relativa acumulada y la frecuencia relativa son iguales: $N_1 = n_1$

10 Para todas las filas que no sean la primera, tenemos que la frecuencia relativa acumulada es igual a la frecuencia relativa de esta fila más la frecuencia relativa acumulada de la fila anterior, así

$$N_i = n_i + N_{i-1}$$

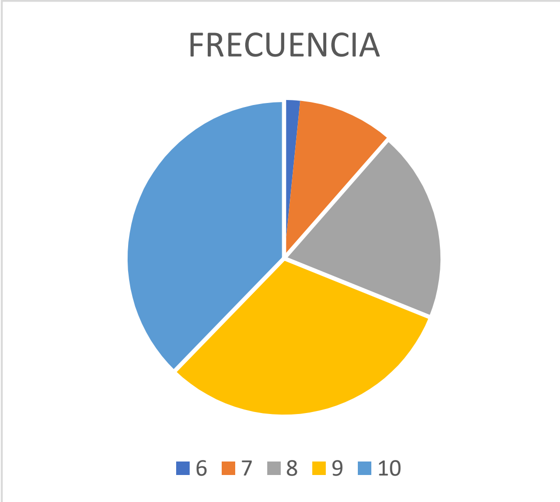
Dicho todo lo anterior, la tabla de frecuencias está dada por

x_i	f_i	F_i	n_i	N_i
6	1	1	0.043	0.043
7	5	6	0.217	0.260
8	6	12	0.261	0.521
9	7	19	0.304	0.825
10	4	23	0.175	1
	23		1	

Gráfica circular

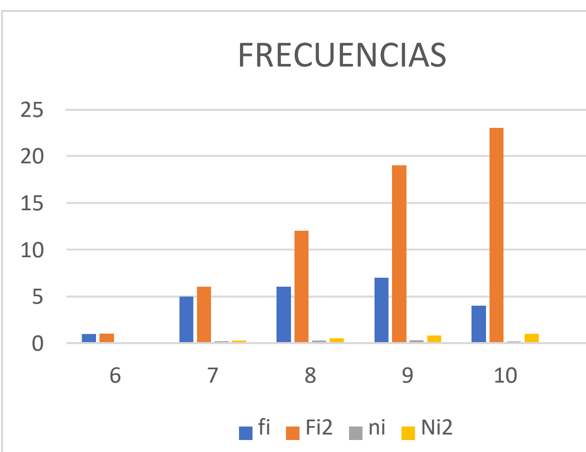
Esta gráfica también se le conoce como circular, de pastel, de 360º. Se utiliza para la representación de variables cuantitativas o cualitativas, expresada en porcentajes y proporciones, se sugiere que en este gráfico se representan más de 4 sectores.

ITSZN
Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx



Histograma

Se utiliza por lo general para representar datos obtenidos de variables cuantitativas continuas o discretas. Está formada por un grupo de rectángulos unidos, es una representación gráfica por medio de barras, se utilizan barras contiguas, se representa por medio de dos ejes, en el eje horizontal se indican los límites superior e inferior de cada clase y en el eje vertical se representan los valores de las frecuencias.



Ejercicio1.

En una tienda departamental se registró el número de prendas que cada uno de sus últimos 60 clientes compró. Esta información se resume en la siguiente tabla:

Número de prendas	f_i	n_i
1	22	0.366
2	x	z
3	y	0.134
4	9	0.150
5	5	0.084

Completar la tabla obteniendo los valores x, y ,z .

Ejercicio 2.

Completar los datos que faltan en la siguiente tabla estadística:

x_i	f_i	F_i	n_i
1	4		0.08
2	4		
3		16	0.16
4	7		0.14
5	5	28	
6		38	
7	7	45	
8			

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

Ejercicio 3.

Durante un campeonato de fútbol que consiste en 38 fechas, un equipo anotó los siguientes goles:

3, 0, 2, 1, 1, 2, 0, 0, 2, 3, 1, 1, 4, 1, 1, 5, 2, 2, 3, 2, 1, 0, 2, 3, 0, 1, 1, 0, 2, 3, 4, 2, 0, 1, 2, 3, 0, 1.

Crea la tabla de frecuencias, esta debe tener cada dato, sus frecuencias absolutas, frecuencias acumuladas, frecuencias relativas y frecuencias relativas acumuladas.

Ejercicios 4.

La audiencia (en millones de personas) de una serie de televisión durante los 22 capítulos de su primera temporada vienen dados en la siguiente tabla:

Peso	f_i
$[0,1)$	1
$[1,2)$	3
$[2,3)$	3
$[3,4)$	5
$[4,5)$	4
$[5,6)$	4
$[6,7)$	2

Crear su respectiva tabla de frecuencias.

1.3.2. Medidas de dispersión

Promedio. Comprensión del procedimiento para obtener el promedio aritmético de un conjunto dado de datos numéricos. Se requiere para comprender temas de probabilidad y estadística.

$$\boldsymbol{Media\ o\ promedio} = \frac{\sum x}{n}$$

Mediana. Si se ordenan todos los datos, de menor a mayor, la mediana es el valor que ocupa la posición central.

Moda. El número que aparece con mayor frecuencia

Ejemplo

1. Dado el conjunto de datos numéricos, calcule los valores promedio (media, mediana y moda) 8,7,6,5,4,7,8,10,6,6,4,3,6.

$$Media = \frac{8+7+6+5+4+7+8+10+6+6+4+3+6}{13} = 6.15$$

Ordenando los números de manera ascendente: 3,4,4,5,6,6,6,6,7,7,8,8,10

La mediana es 6

La moda es 6

Ejercicio 1. ¿Cuál número es el más próximo al promedio de los cinco siguientes?

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

3.2875, 3.3342, 3.1818, 3.1928, 3.3501

a. 3.2018
b. 3.2692
c. 3.3487
d. 3.3843
e. 3.2962

Ejercicio 2. Un automovilista hizo un recorrido por algunas partes del país durante 7 días de la siguiente manera:

El 1er día recorrió 463 km
El 2º día recorrió 681 km
El 3er día recorrió 545 km
El 4º día recorrió 700 km
El 5º día recorrió 422 km
El 6º día recorrió 529 km
El 7º día recorrió 440 km

Si un segundo automovilista hizo el mismo recorrido, pero recorrió la misma distancia cada día ¿qué distancia recorrió cada día?

Ejercicio 3. Ocho tiendas departamentales venden el mismo producto en $[(\bar{x}-6.40)(\bar{x}-3.90)(\bar{x}-0.90)(\bar{x}+0.35)(\bar{x}+1.10)(\bar{x}+2.10)(\bar{x}+3.60)(\bar{x}+4.10)]$

¿Cuál es el precio promedio del producto $\bar{x}$, si la suma total de los precios es de $287.25?

1.3.3. Medidas de Poisson

Esta distribución es una de las más importantes distribuciones de variable discreta. Sus principales aplicaciones hacen referencia a la modelización de situaciones en las que nos interesa determinar el número de hechos de cierto tipo que se pueden producir en un intervalo de tiempo o de espacio, bajo presupuestos de aleatoriedad y ciertas circunstancias restrictivas. Otro de sus usos frecuentes es la consideración límite de procesos dicotómicos reiterados un gran número de veces si la probabilidad de obtener un éxito es muy pequeña.

$$P(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}\cdot e^{-\lambda}$$

Ejemplo.

La producción de televisores en SAMSUNG trae asociada una probabilidad de defecto del 2%, si se toma un lote o muestra de 85 televisores, obtener la probabilidad de que existan 4 televisores con defectos.

n = 85

P = 0.02

X = 4

Lambda = 1.7

$$P(X=4)=\frac{(1.7^4)}{4!}(e^{-1.7}) = 0.0635746$$

Ejercicio 1.

Si ya se conoce que solo el 3% de los alumnos de Contabilidad son muy inteligentes ¿Calcular la probabilidad de que si tomamos 100 alumnos al azar 5 de ellos sean muy inteligentes

n= 100

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

P = 0.03

Lambda = 100 * 0.03 = 3

x= 5

1.3.4. Nociones de probabilidad

la nación de probabilidad mide la frecuencia y posibilidad con la que se puede suceder un resultado ya sea un experimento aleatorio, del que se conocen todos los resultados posibles, bajo condiciones suficientemente estables: o en tu vida diaria donde tienes que tomar distintas decisiones donde puedes suponer los resultados y haya la probabilidad de que algo en específico suceda.

Ejemplo.

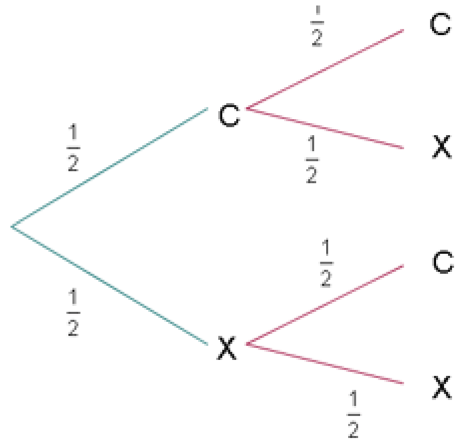
Halla la probabilidad de que al lanzar al aire dos monedas, salgan

- **A** Dos caras
- **B** Dos cruces
- **C** Una cara y una cruz

Solución

Hallar la probabilidad de que al lanzar al aire dos monedas, salgan:

A Dos caras.



Multiplicamos la probabilidad que tiene el suceso de que caiga una cara en una moneda (1/2), por la probabilidad del mismo suceso en la otra moneda (1/2), debido a que son sucesos independientes

$$P(c \cap c) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

B Dos cruces.

El suceso de que caiga una cruz en una moneda y también cruz en la otra, son sucesos independientes y cada uno tiene una probabilidad de (1/2) como lo observamos en el esquema. Debido a esto, se multiplican ambas probabilidades

$$P(x \cap x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

C Una cara y una cruz.

La probabilidad de sacar una cara y una cruz, se refiere a las siguientes dos posibilidades: cara y cruz, o cruz y cara. Significa que primero debemos sacar la probabilidad de cada opción (1/2)(1/2) y después sumarlas, para tener el resultado, observa:

$$P(c \cap x) + P(x \cap c) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Ejercicio 1.

Un dado está trucado, de forma que las probabilidades de obtener las distintas caras son proporcionales a los números de estas. Hallar:

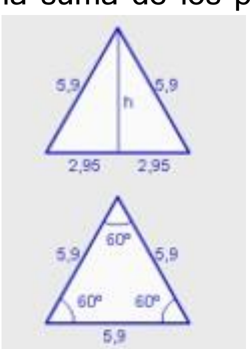
- A La probabilidad de obtener el 6 en un lanzamiento
- B La probabilidad de conseguir un número impar en un lanzamiento

Ejercicio 2.

Halla la probabilidad de que al levantar unas fichas de dominó se obtenga un número de puntos mayor que 9 o que sea múltiplo de 4.

Ejercicio 3.

Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos. Se pide:



•A La probabilidad de que salga el 7
•B La probabilidad de que el número obtenido sea par
•C La probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de tres

Ejercicio 4.

Una urna tiene ocho bolas rojas, 5 amarilla y siete verdes. Se extrae una al azar de que:

- A Sea roja
- B Sea verde
- C Sea amarilla
- D No sea roja
- E No sea amarilla

1.4 Razonamiento geométrico

El razonamiento geométrico podría decirse que es la forma como razonamos frente a situaciones que involucran el espacio y la medida, esto implica, la representación del plano y el del espacio, el reconocimiento y clasificación de las figuras planas y del espacio, identificación de propiedades y sus relaciones, la capacidad para hacer conjeturas y demostraciones formales de resultados geométricos.

Ejemplo.

Calcula el área de un triángulo equilátero de 5,9 centímetros de lado.

Se aplica el Teorema de Pitágoras para calcular la altura

$$\sqrt{5.9^2 - 2.95^2} = \sqrt{26.1075} = 5.11\ cm$$

$$S = \frac{5.9 - 5.11}{2} = 15.07\ cm^2$$

Otro método

$$S = \frac{5.9 - 5.9\ sen\ 60°}{2} = 15.07\ cm^2$$

ITSZN
Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

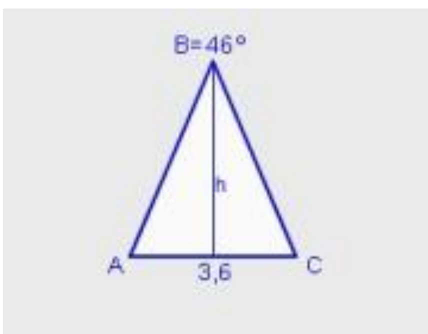
Con la fórmula de Herón

$$p = \frac{5.9 + 5.9 + 5.9}{2} = 8.85$$

$$\sqrt{8.85 - (8.85 - 5.9) * (8.85 - 5.9) * (8.85 - 5.9)}$$
$$= 15.07 cm^2$$

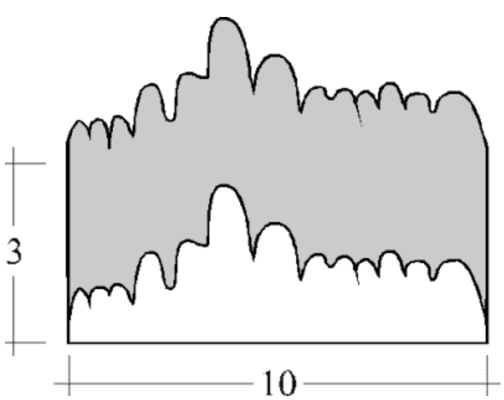
Ejercicio 1.

El lado desigual de un triángulo isósceles mide 3,6 cm y el ángulo distinto mide 46º.Calcula el perímetro y el área



Ejercicio 2.

En la figura, las curvas son congruentes entre sí. Hallar el área de la región sombreada.



A) 20

B) 17,5

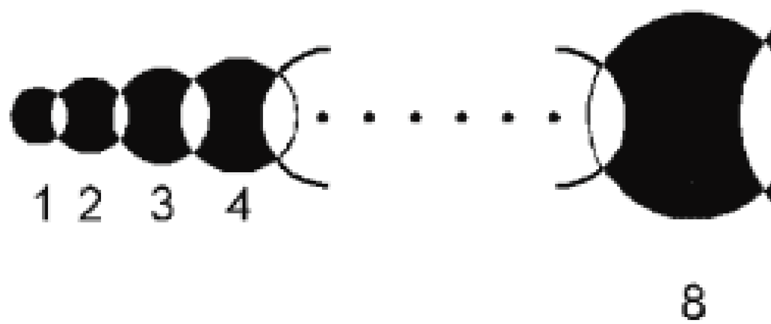
C) 15п

D) 30

E) 15√3

Ejercicio 3.

Los radios de los círculos mostrados forman una progresión aritmética de razón 2. Si la suma de todos los diámetros es igual a 200. Calcular el perímetro de la región sombreada.



A) 100 п

B) 150п

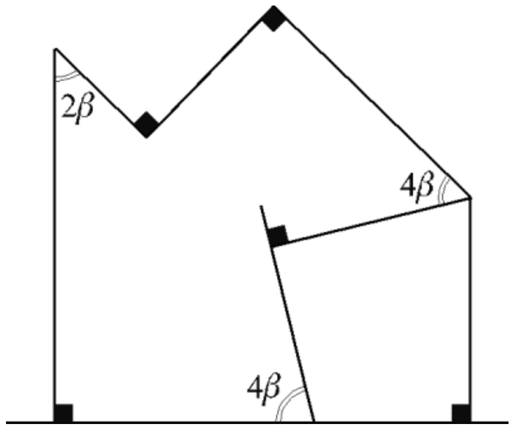
C) 200п

D) 400п

E) 50

Ejercicio 4.

En la figura, calcular "β"



A) 30º

B) 15º

C) 10º

D) 18º

E) 5º

1.4.1. Puntos, segmentos y plano cartesiano

- Punto

Es una figura geométrica adimensional: Describe una posición en el espacio, determinada respecto de un sistema de coordenadas preestablecido.

- Segmento

Es un fragmento de recta que está comprendido entre dos puntos.

- Recta

Es el ente ideal que se extiende en una misma dirección, existe en una sola dimensión y contiene infinitos puntos; está compuesta de infinitos segmentos.

- Plano Cartesiano

En geometría, un plano es el ente ideal que sólo posee dos dimensiones, y contiene infinitos puntos y rectas; es uno de los entes geométricos fundamentales junto con el punto y la recta.

Ejemplo.

Halla los puntos que dividen al segmento de extremos A (-2, 3) y B (6,2) en tres partes iguales.

$$\left.\begin{matrix} \boldsymbol{A(-3,3)} \\ \boldsymbol{B(6,2)} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \boldsymbol{3(}\overrightarrow{\boldsymbol{AP}}\boldsymbol{)}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{(6,2) - (-2,3)}$$

$$\boldsymbol{= 3 * [(x,y) - (-2,3]}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{(8,-1) = 33 * (x+2, y-3)}$$

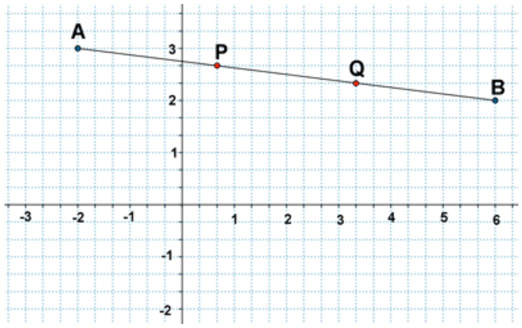
$$\Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{8 = 3x + 6} \\ \boldsymbol{-1 = 3y - 9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{x = \frac{2}{3}} \\ \boldsymbol{y = \frac{8}{3}} \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{P\left(\frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right)}$$

Que es el punto medio entre P y B

$$\Rightarrow \left(\frac{\frac{2}{3} + 6}{2} * \frac{\frac{28}{3} + 2}{2}\right) \Rightarrow \left(\frac{20}{6} * \frac{14}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{Q\left(\frac{10}{3} * \frac{7}{3}\right)}$$



Ejercicio 1.

Las coordenadas del punto medio del segmento AB son (2, 1) . Calcula las coordenadas del punto A sabiendo que las coordenadas de B son (1, 2)

Ejercicio 2.

Encuentra las coordenadas del punto simétrico de A(1, 1) respecto a la recta r : x + y - 6 = 0

Ejercicio 3.

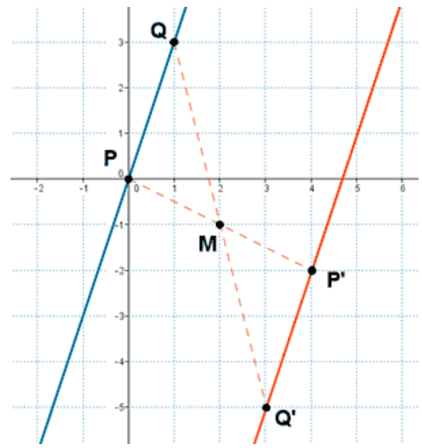
Encuentra la ecuación de la recta simétrica de r respecto de la recta s:

a) $r: \quad y = \dfrac{x-4}{3} \qquad s: x - 3y - 4$

b) $r: \left.\begin{array}{l} x = 1 - \lambda \\ y = 3 + \lambda \end{array}\right\} \qquad s: -x - y + 4$

Ejercicio 4.

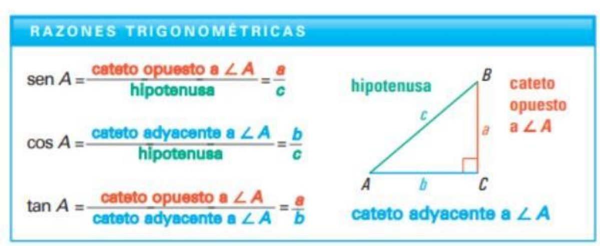
Calcula la recta simétrica de r: 3x - y = 0 respecto de la simetría central con centro M (2, -1) .



1.5. Razonamiento Trigonométrico

Las razones trigonométricas se entienden como el proceso aritmético de dividir las longitudes de los lados del triángulo, esto es, en una técnica para encontrar valores faltantes de un triángulo (Montiel, 2013).

Las tres razones trigonométricas básicas son: seno, coseno, y tangente. Éstas se abrevian como sen, cos y tan.



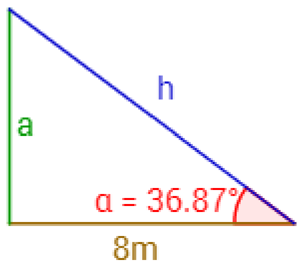
1.5.1. Funciones trigonométricas

Las funciones trigonométricas son las funciones cuyo argumento, o variable

ITSZN
Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

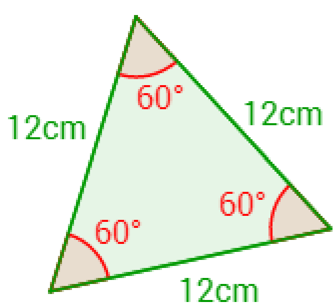
independiente, es un ángulo. Estas usualmente incluyen términos que describen la medición de ángulos y triángulos, tal como seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante.

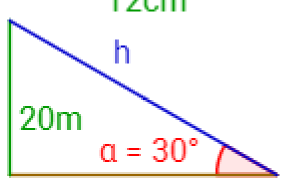
Los ángulos en las funciones trigonométricas se expresan como radianes. Los radianes son otra manera de medir la apertura de un ángulo, así como lo son los grados, que están en función del radio de una circunferencia.



Ejemplo.

Se desea sujetar un poste de 20 metros de altura con un cable que parte de la parte superior del mismo hasta el suelo de modo que forme un ángulo de 30º.





Calcular el precio del cable si cada metro cuesta 12$.

SOLUCIÓN:

Como conocemos el lado opuesto, a=20m, utilizamos el seno para calcular la hipotenusa del triángulo:

$$\sin(a) = \frac{a}{h} \quad , \quad h = \frac{a}{\sin(a)}$$

Sustituimos el ángulo y el lado:

$$h = \frac{20}{\sin(30°)} = \frac{20}{0.5} = 40m$$

Luego el cable debe medir 40 metros y su precio es de 480$:

$$40 * 12 = 480$$

Ejercicio 1.

Calcular la altura, ***a***, de un árbol sabiendo que, si nos situamos 8 metros de la base del tronco, vemos la parte superior de su copa en un ángulo de 36.87º.

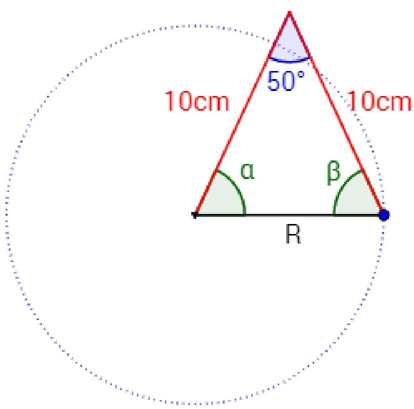
Ejercicio 2.

Calcular cuánto mide la mediana de un triángulo equilátero (los tres ángulos son de 60 grados) cuyos lados miden 12cm.

Ayuda: La mediana es la distancia del segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto a éste.

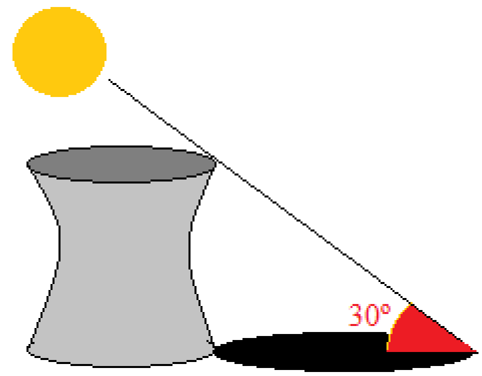
Ejercicio 3.

Calcular el radio de la circunferencia que se obtiene al utilizar un compás cuyos brazos miden 10cm si éstos forman un ángulo de 50º.



Ejercicio 4.

Calcular la altura de la torre de refrigeración de una central nuclear si se sabe que su sombra mide 271 metros cuando los rayos solares forman un ángulo de 30º



1.5.2. Triángulos, recta u oblicuángulos

A todo triángulo que sea diferente a un triángulo rectángulo se le denomina triángulo oblicuángulo. La resolución de triángulos oblicuángulos es un medio que nos permite calcular en forma sencilla los lados y ángulos del triángulo.

Hay diferentes teoremas o leyes que permiten resolver un triángulo, las cuales se aplican dependiendo de los datos que se tenga del triángulo en estudio.

Para la resolución de triángulos oblicuángulos es importante tener presente las siguientes leyes:

- Ley de Senos
- Ley de Cosenos
- Ley de Tangentes
- Ley de Proyecciones

Ejemplo.

Supongamos que un triángulo tiene dos ángulos internos que miden 60º y 75º grados. ¿Es un triángulo oblicuángulo?

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

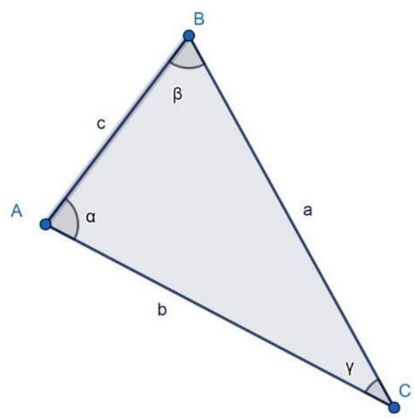
Si todos los ángulos internos suman 180º, podemos hallar el tercer ángulo desconocido (x):

180º = 60º + 75º + x

180º = 135º + x

Como *x* no mide 90º nos encontramos frente a un triángulo oblicuángulo.

Ahora, veamos otro ejercicio. Veamos la siguiente figura donde el lado BC(a) mide 31 metros, y los ángulos a y β miden 80º y 66º, respectivamente. ¿Cuál es el perímetro y área del polígono?



Primero, nos basaremos en el teorema del seno, dividiendo la longitud de cada lado entre el seno de su ángulo opuesto:

$$\frac{a}{sin(\alpha)} = \frac{b}{sin(\beta)} = \frac{c}{sin(\gamma)}$$

Además, si α+β+γ=180, entonces:

80 + 66 + γ = 180
146 + γ = 180
γ = 34º

Por lo tanto, es un caso de triángulo oblicuángulo.

Despejamos b:

$$\frac{31}{sin(80)} = \frac{b}{sin(66)}$$

$$\frac{31}{0{,}9848} = \frac{b}{0{,}9135}$$

$$b = 28{,}7568$$

Despejamos c:

$$\frac{31}{sin(80)} = \frac{c}{sin(34)}$$

$$\frac{31}{0{,}9848} = \frac{c}{0{,}5592}$$

$$c = 17{,}6024$$

Luego, calculamos el perímetro y el semiperímetro con la fórmula presentada previamente:

P3 = 31 + 28,7568 + 17,6024= 77,3592 metros

S = P/2= 38,6796

Finalmente, calculamos el área con la fórmula presentada previamente:

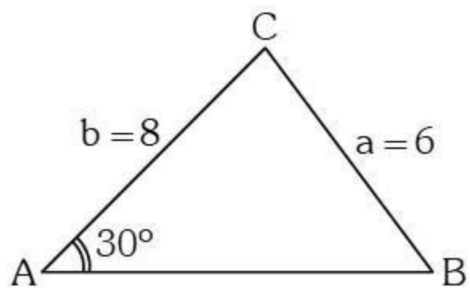
$$A = \sqrt{38{,}6796 * (38{,}6796 - 31) * (38{,}6796 - 28{,}7568) * (38{,}6796 - 17{,}6024)}$$

$$A = 249{,}2492\ m^2$$

Ejercicio 1.

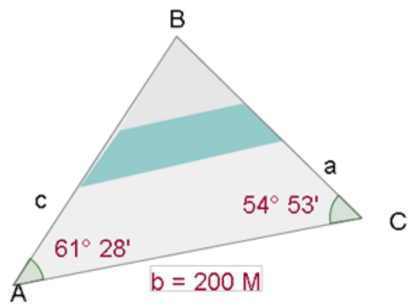
En un triángulo ABC, hallar el ángulo «B», si: b = 8cm, a = 6cm y A = 30°.

Solución:



Ejercicio 2.

Calcula la distancia que separa el punto A del punto inaccesible B.



Ejercicio 3.

Calcular el radio del círculo circunscrito en un triángulo, donde

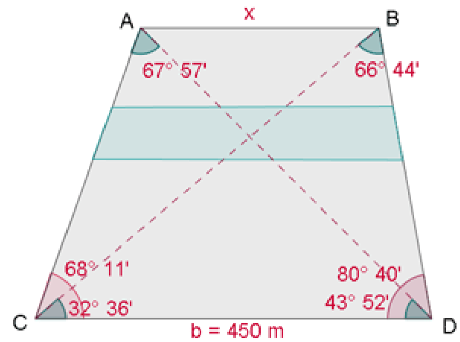
A = 45º, B = 72º y a =20 m

Ejercicio 4.

El radio de una circunferencia mide 25 m. Calcula el ángulo que formarán las tangentes a dicha circunferencia, trazadas por los extremos de una cuerda de longitud 36 m.

Ejercicio 5.

Calcula la distancia que separa entre dos puntos inaccesibles A y B.



1.6. Derivación

La derivada es la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto determinando.

La derivada de una función es una medida de la rapidez con la que cambia el valor de dicha función matemática, según cambia el valor de su variable independiente.

La derivada f(x) se denota por $f'(x) o\ bien\ y'$

Ejemplo: Derive la siguiente función por medio de formulas

a) $\frac{d}{dx}(2x + 4x^2 - x^{\frac{1}{5}} - \frac{8}{x^5+2} - \frac{1}{x} + \sqrt{x}) =$

Carr. A González Ortega Km. 3, C.P. 98400 Ap. Postal # 178. Río Grande, Zacatecas, Tel (498) 4883002, email: itszndirecciongeneral@gmail.com
tecnm.mx | zacatecasnte.edu.mx | itszn.edu.mx

$$\frac{d}{dx}(2x)+\frac{d}{dx}(4x^2)-\frac{d}{dx}(x^{\frac{1}{5}})-\frac{d}{dx}\left(\frac{8}{x^5+2}\right)-\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right)+\frac{d}{dx}(\sqrt{x})=$$

$$\frac{d}{dx}(2x)+\frac{d}{dx}(4x^2)-\frac{d}{dx}(x^{\frac{1}{5}})-\frac{d}{dx}(8(x^5+2)^{-1})-\frac{d}{dx}(x)^{-1}+\frac{d}{dx}(x)^{1/2}=$$

$$\frac{d}{dx}(2)+\frac{d}{dx}\left(4(2)x^{2-1}\left(\frac{dx}{dx}\right)\right)-\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-1}\right)-\frac{d}{dx}\left(8(-1)(x^5+2)^{-1-1}\frac{d(x^5+2)}{dx}\right)-\frac{d}{dx}(-1)(x)^{-1-1}+\frac{d}{dx}(x)^{\frac{1}{2}-1}(1)=$$

$$=2+8x-\frac{1}{5}x^{\frac{-4}{5}}+8(x^5+2)^{-2}5x^{5-1}(1)+(x)^{-2}+(x)^{-\frac{1}{2}}=$$

$$=2+8x-\frac{1}{5}x^{-4/5}+40(x^5+2)^{-2}x^4+x^{-2}+x^{-1/2}$$

Ejercicios. Derive las siguientes funciones

b) $\frac{d}{dx}(x+4x^3-x^{1/3})$
c) $\frac{d}{dx}(\frac{1}{5}x^2+4x)$
d) $\frac{d}{dx}(\frac{7}{x^3}+4x)$
e) $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}-7)$
f) $\frac{d}{dx}(\ln(x^2-1))$
g) $\frac{d}{dx}\sqrt{x^3+6}$

1.7. Integración

Ejemplo. Calcula la integral indefinida $\int x^2\,dx$

$\int x^2\,dx=\frac{x^{2+1}}{2+1}+C=\frac{x^3}{3}+C$ solo le sumamos 1 al exponente, si n=2 entonces n=2+1=3

Ejercicios. Calcula la integral indefinida

a) $\int(3x^2-5x+6)dx$
b) $\int(3\sqrt{x}-\frac{5}{8}x^3-3)\,dx$
c) $\int(5x^5-\frac{5}{\sqrt{x}}-4x)\,dx$

Éxito!

Autores:

M. C Ma. del Refugio Molina Wong